

ВСЕРОССИЙСКАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА

II (МУНИЦИПАЛЬНЫЙ) ЭТАП (8 класс)

8.1. Докажите, что уравнение $\frac{1}{a} + \frac{3}{b} + \frac{5}{c} + \frac{7}{d} = 9$ не имеет решений в нечетных числах.

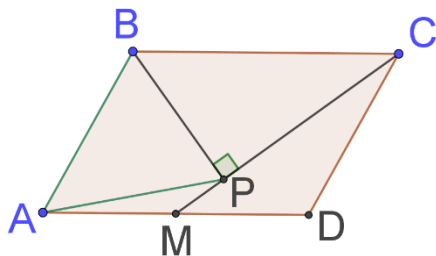
8.2. Назовём число нереальным, если оно равно сумме $k \geq 2$ точных кубов, где k – сумма цифр числа. Например, 2025 нереальное число, т.к. $2025 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 9^3$ и сумма цифр числа 2025 равна 9, при этом $k = 9$. Существует ли ещё хотя бы одно нереальное число?

8.3. В аудитории на олимпиаду по математике собрались 15 учеников, некоторые дружат друг с другом, причем дружба обоюдная. Может ли так оказаться, что среди них

- а) 4 ученика имеют по 3 друга, 5 учеников – по 4 друга и 6 учеников – по 5 друзей;
- б) 4 ученика имеют по 4 друга, 5 учеников – по 5 друзей и 6 учеников – по 6 друзей.

8.4. Вася закрашивает по одной в некотором порядке клетки изначально белого квадрата 8×8 , вписывая в каждую новую закрашенную клетку число ранее закрашенных её соседних (по стороне) клеток. Какое наибольшее количество клеток с числом 4 могло у него оказаться по окончании закрашивания?

8.5.



В параллелограмме $ABCD$ точка M – середина AD . Точка P на отрезке CM такая, что BP и CM перпендикулярны. Докажите, что треугольник ABP равнобедренный.

ВСЕРОССИЙСКАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА

II (МУНИЦИПАЛЬНЫЙ) ЭТАП (8 класс)

8.1. Докажите, что уравнение $\frac{1}{a} + \frac{3}{b} + \frac{5}{c} + \frac{7}{d} = 9$ не имеет решений в нечетных числах.

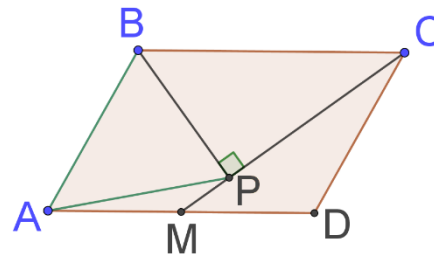
8.2. Назовём число нереальным, если оно равно сумме $k \geq 2$ точных кубов, где k – сумма цифр числа. Например, 2025 нереальное число, т.к. $2025 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 9^3$ и сумма цифр числа 2025 равна 9, при этом $k = 9$. Существует ли ещё хотя бы одно нереальное число?

8.3. В аудитории на олимпиаду по математике собрались 15 учеников, некоторые дружат друг с другом, причем дружба обоюдная. Может ли так оказаться, что среди них

- а) 4 ученика имеют по 3 друга, 5 учеников – по 4 друга и 6 учеников – по 5 друзей;
- б) 4 ученика имеют по 4 друга, 5 учеников – по 5 друзей и 6 учеников – по 6 друзей.

8.4. Вася закрашивает по одной в некотором порядке клетки изначально белого квадрата 8×8 , вписывая в каждую новую закрашенную клетку число ранее закрашенных её соседних (по стороне) клеток. Какое наибольшее количество клеток с числом 4 могло у него оказаться по окончании закрашивания?

8.5.



В параллелограмме $ABCD$ точка M – середина AD . Точка P на отрезке CM такая, что BP и CM перпендикулярны. Докажите, что треугольник ABP равнобедренный.